

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 1, $v_C^{(1)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

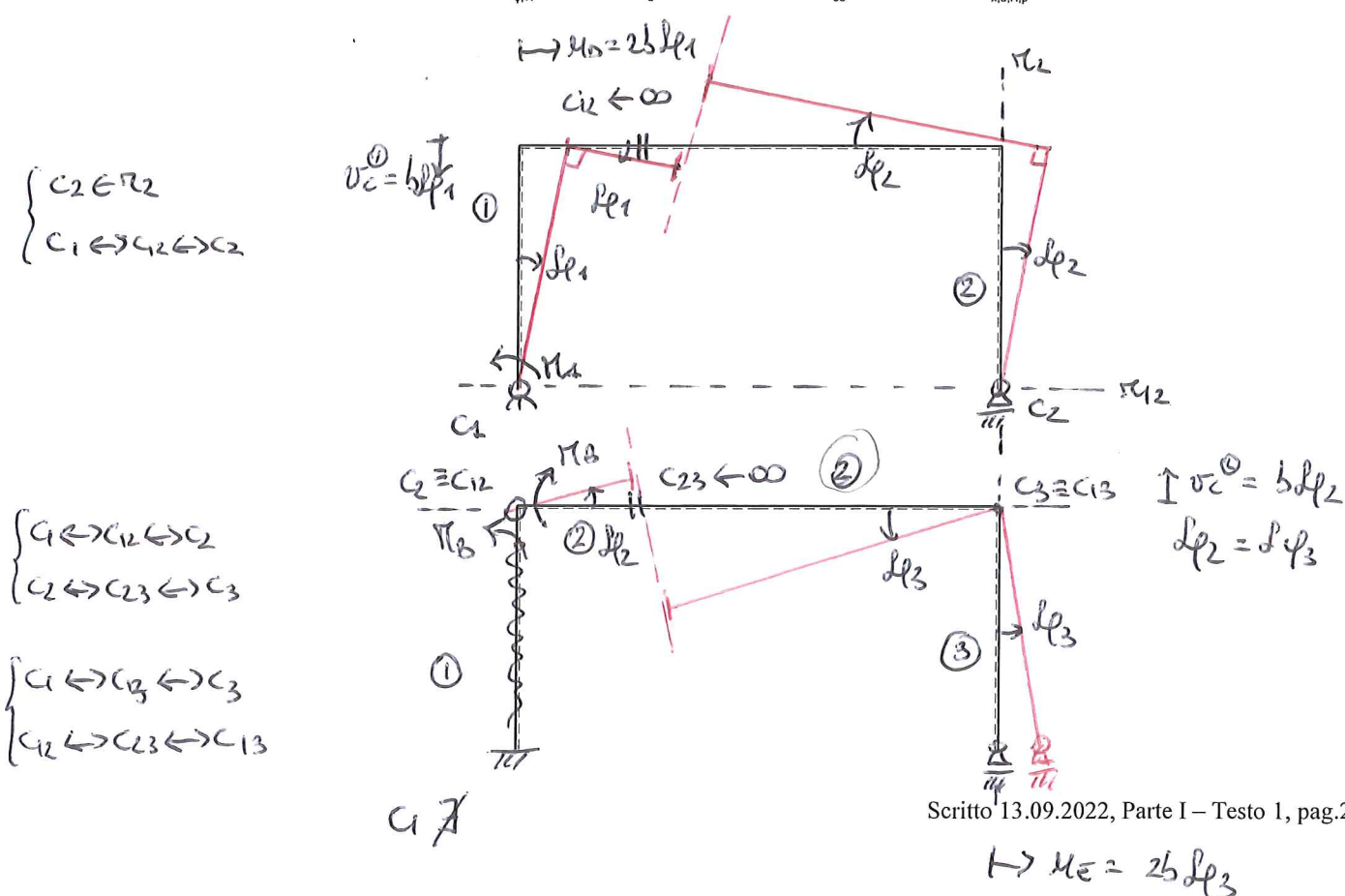
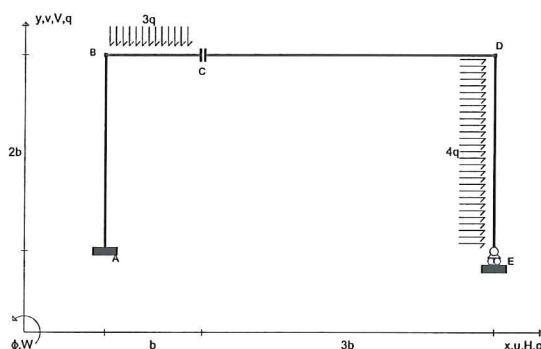
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 2, $v_C^{(2)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 13.09.22*003



$$M_A(\hat{\sigma}) = \frac{18}{2} p b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

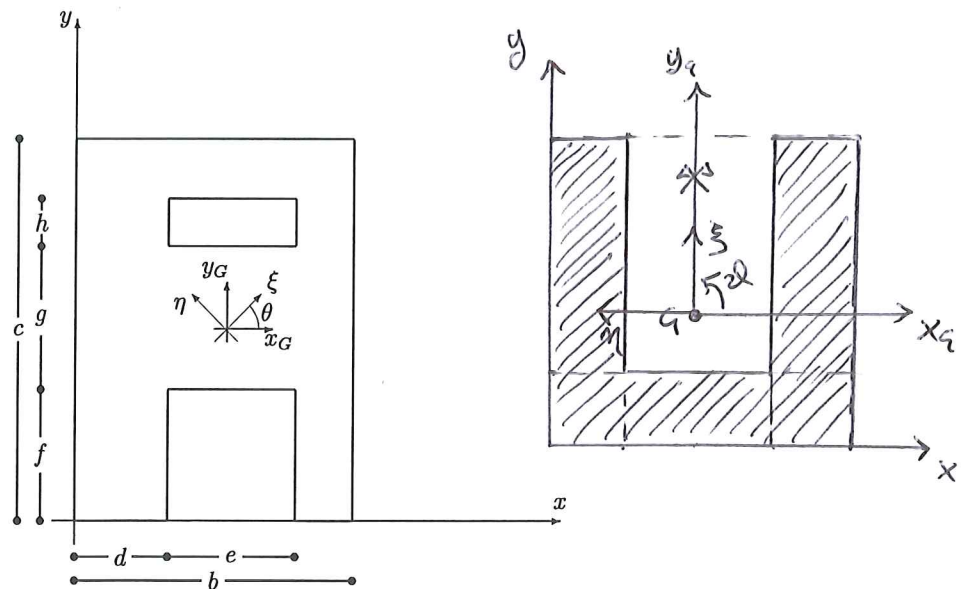
$$v_C^{(1)} = -5 p l_1; u_D = 25 p l_1;$$

$$M_B(\hat{\sigma} \square \hat{\sigma}) = \frac{13}{2} p b^2; v_C^{(2)} = 65 p l_2; u_E = 26 p l_3;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



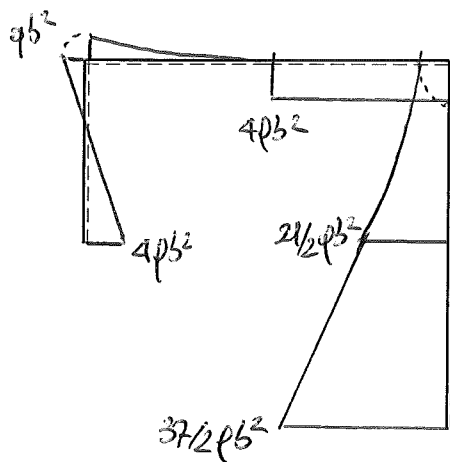
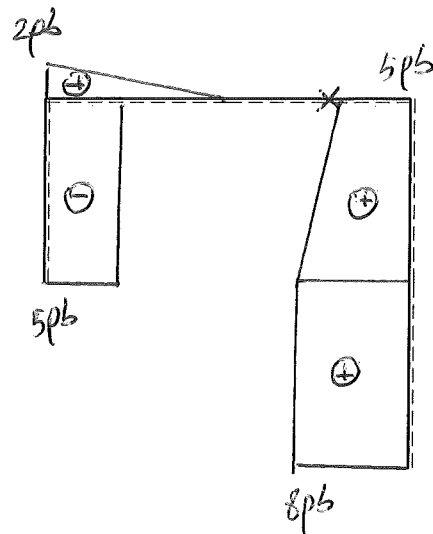
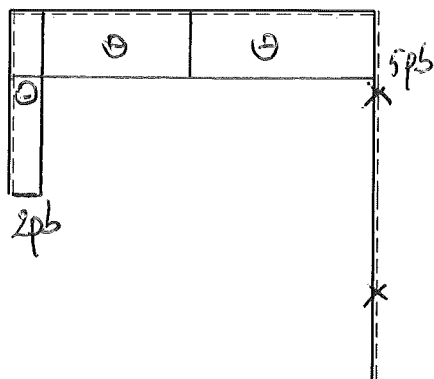
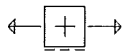
$$S_x = 17 a^3; S_y = 20 a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 17/10 a = 1.700 a;$$

$$J_{xG} = 433/30 a^4 = 14.333 a^4; J_{yG} = 58/3 a^4 = 18.333 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 90^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 58/3 a^4; J_\eta = J_{\min} = 433/30 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\hat{u}) &= 2pb; & M_A(\hat{\varphi}) &= -4pb^2; & H_F(\hat{v}) &= -8pb; & V_F(\hat{u}) &= 0; & M_F(\hat{\varphi}) &= 37/2 pb^2; \\
 N_{AB} &= -2pb; & T_{AB} &= -5pb; & M_{AB} &= 4pb^2 - 5pb \times 1; \\
 N_{BC} &= -5pb; & T_{BC} &= 2pb - 2q \times 2; & M_{BC} &= -9b^2 + 2pb \times 2 - q \times 2^2; \\
 N_{CD} &= -5pb; & T_{CD} &= //; & M_{CD} &= 4pb^2; \\
 N_{ED} &= //; & T_{ED} &= 8pb - 3q \times 5; & M_{ED} &= -21/2 pb^2 + 8pb \times 5 - 3/2 q \times 5^2; \\
 N_{FE} &= //; & T_{FE} &= 8pb; & M_{FE} &= -37/2 pb^2 + 8pb \times 4;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 13.09.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

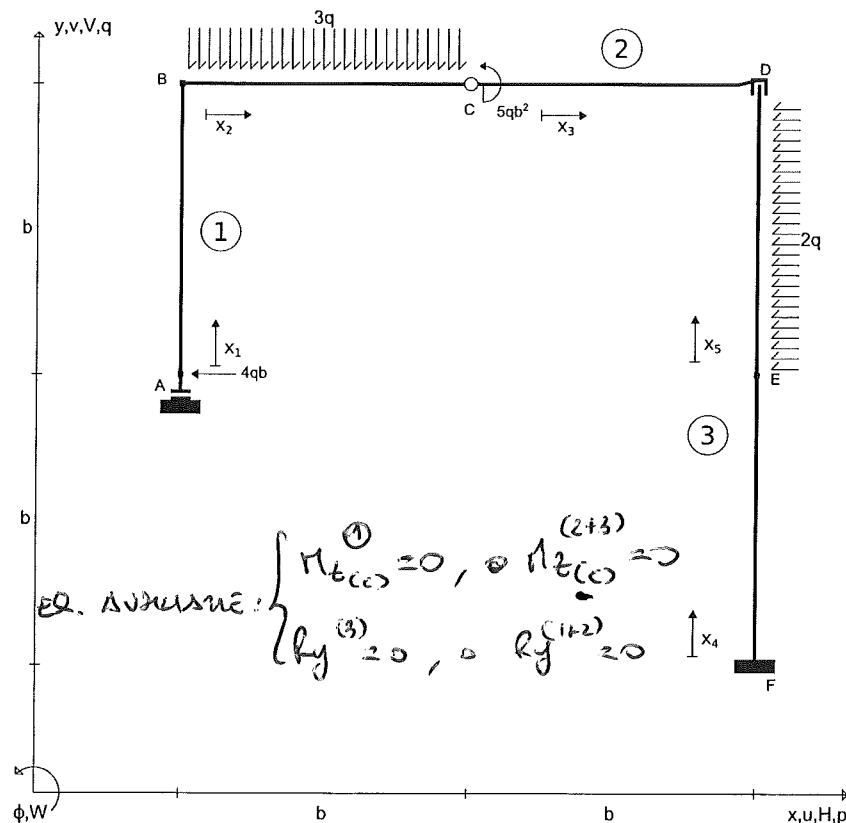
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 13.09.22*002



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 2, $v_C^{(2)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

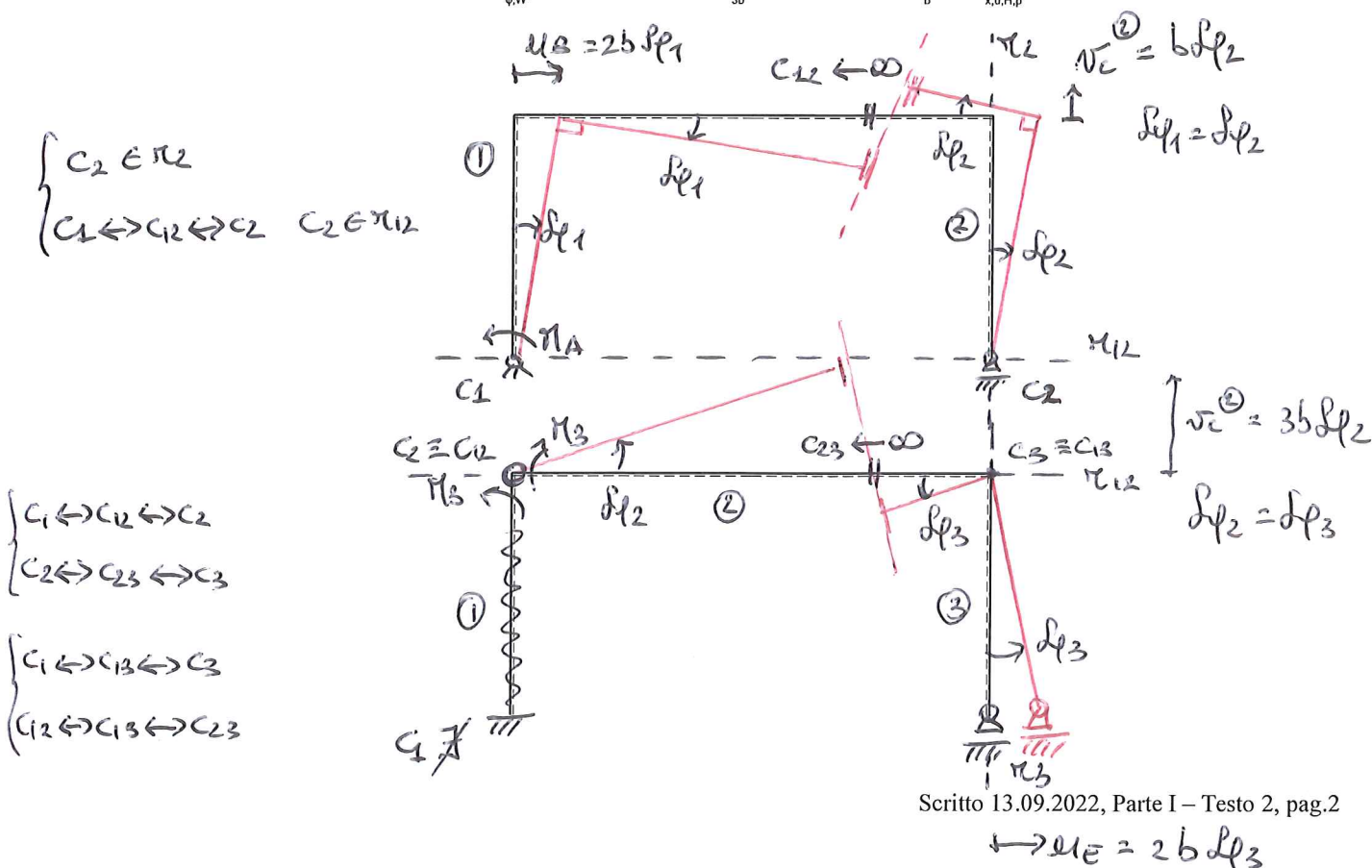
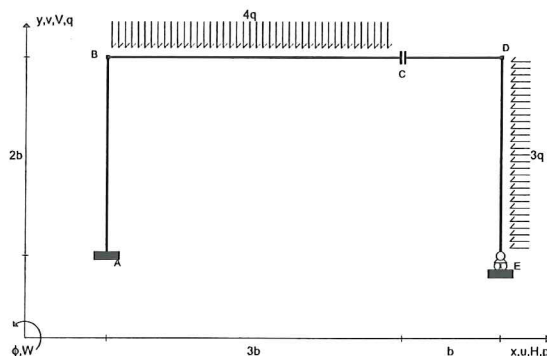
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C relativo al corpo 1, $v_C^{(1)}$, e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 13.09.22*004



$$M_A(\hat{\sigma}) = 12 q b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

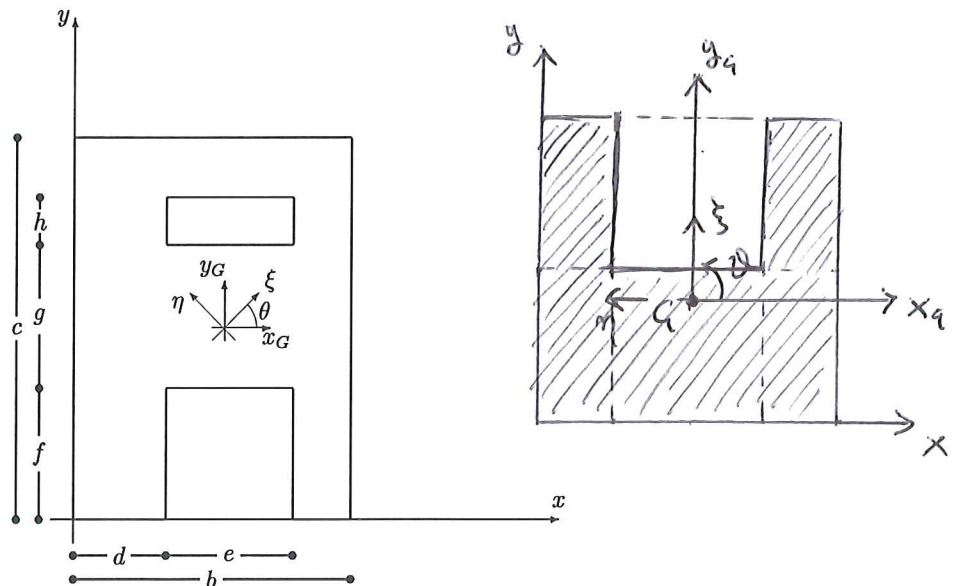
$$v_C^{(2)} = 5 q b^2; u_B = 25 q b^1;$$

$$M_B(\hat{\sigma} \square \hat{\sigma}) = -24 q b^2; v_C^{(2)} = 35 q b^2; u_E = 25 q b^3;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



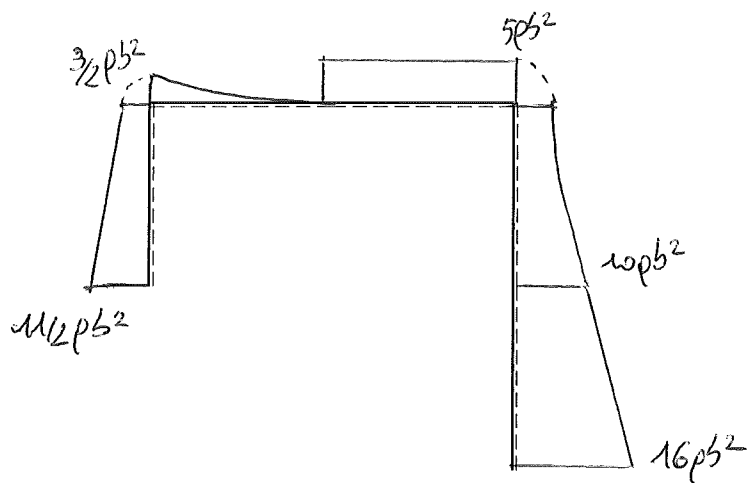
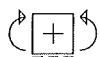
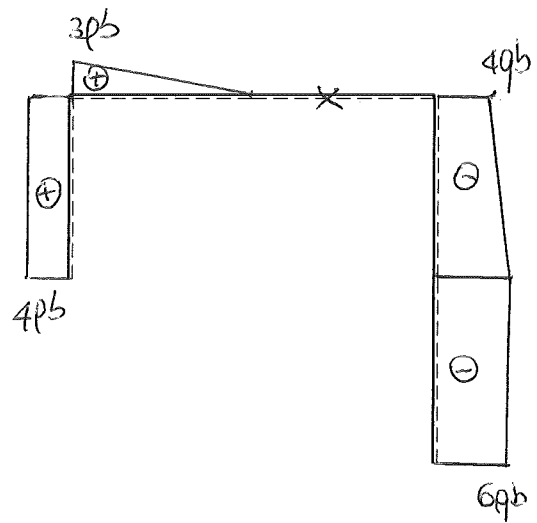
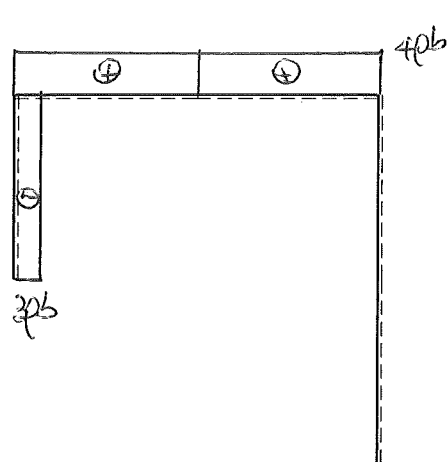
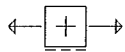
$$S_x = 20 a^3; S_y = 24 a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 5/3 a = 1,666 a$$

$$J_{xG} = 44/3 a^4 = 14,666 a^4; J_{yG} = 20 a^4$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (2\theta = 90^\circ)$$

$$J_\xi = J_{\max} = 20 a^4; J_\eta = J_{\min} = 44/3 a^4$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= 3pb; & M_A(\circlearrowleft) &= 11/2 pb^2; & H_F(\Rightarrow) &= 6pb; & V_F(\uparrow) &= 0; & M_F(\circlearrowleft) &= -16pb^2; \\
 N_{AB} &= -3pb; & T_{AB} &= 4pb; & M_{AB} &= -11/2 pb^2 + 4pb \times 1; \\
 N_{BC} &= 4pb; & T_{BC} &= 3pb - 3p \times 2; & M_{BC} &= -3/2 pb^2 + 3pb \times 2 - 3/2 p \times 2^2; \\
 N_{CD} &= 4pb; & T_{CD} &= //; & M_{CD} &= -5pb^2; \\
 N_{ED} &= //; & T_{ED} &= -6pb + 2p \times 5; & M_{ED} &= 10pb^2 - 6pb \times 5 + p \times 5^2; \\
 N_{FE} &= //; & T_{FE} &= -6pb; & M_{FE} &= 16pb^2 - 6pb \times 4;
 \end{aligned}$$